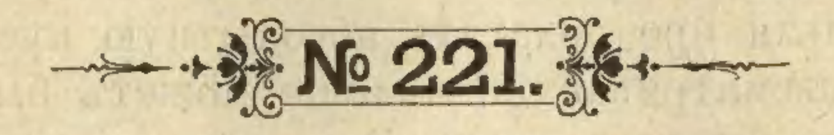
XIX Сем. 1-го октября 1895 г. № 5.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



СОХРАНЕНІЕ и ПРЕВРАТИМОСТЬ ЭНЕРГІИ.

(Продолженіе).*

G. Лучистая энергія.

§ 56. Свѣтъ и лучистая теплота возбуждаются колебательными движеніями частицъ вещества, которыя передаются окружающей эфирной средѣ. Мы будемъ различать энергію колебательнаго движенія матерьяльныхъ частицъ, которая составляетъ ихъ тепловую энергію, и энергію колебательнаго движенія эфира, которая и есть собственно лучистая энергія. Какъ и энергія среды, передающей звукъ, лучистая энергія есть совокупность кинетической энергіи эфирныхъ частицъ и энергіи упругости ихъ. Съ этой точки зрѣнія свѣченіе предмета есть превращеніе тепловой энергіи его въ лучистую энергію. Нагрѣваніе тѣлъ черезъ лучеиспусканіе есть двойное превращеніе теплоты нагрѣвающаго тѣла въ лучистую энергію и этой послѣдней въ теплоту нагрѣваемаго тѣла. Такимъ образомъ, только нагрѣваніе черезъ теплопроводность представляетъ непосредственную передачу тепла (подъ тепломъ разумѣется полная внутренняя энергія) отъ одного тѣла другому; нагрѣваніе же черезъ лучеиспусканіе представляетъ передачу тепла че-

*) См. „В. О. Ф.“ №№ 217, 218, 219 и 220.

резъ посредство двойного превращенія: теплоты въ лучистую энергію и обратно.

§ 57. Лучи, выходящіе изъ свѣтящагося тѣла, могутъ производить химическія разложенія. Такъ, подъ дѣйствіемъ солнечныхъ лучей листья растеній поглощаютъ углекислоту и выдѣляютъ кислородъ, слѣдовательно освобождаютъ химическую энергію кислорода. Это явленіе представляетъ превращеніе лучистой энергіи въ кинетическую. Обратное превращеніе происходитъ черезъ посредство теплоты: химическая энергія превращается въ теплоту и эта послѣдняя излучается.

§ 58. Извѣстное колеско Крукса представляетъ, по мнѣнію изобрѣтателя, непосредственное превращеніе лучистой энергіи въ кинетическую. Но это объясненіе вращенія колеска оспаривается, такъ какъ внутри колеска нельзя предполагать абсолютную пустоту; а если тамъ есть воздухъ, то разсматриваемое явленіе можетъ быть превращеніемъ лучистой энергіи въ кинетическую черезъ посредство теплоты, т. е. теплового движенія частицъ воздуха. Такимъ образомъ можно, кажется, утверждать, что лучистая энергія превращается въ кинетическую только черезъ посредство теплоты. Точно такъ же и обратное превращеніе происходитъ только черезъ посредство теплоты.

§ 59. *Превращенія солнечной теплоты.* Солнечная теплота превращается въ лучистую энергію и въ такомъ видѣ передается на землю. Здѣсь она превращается частью въ химическую энергію, частью въ теплоту. Превращеніе въ химическую энергію происходитъ при помощи растеній и состоитъ главнымъ образомъ въ томъ, что углекислота разлагается въ листьяхъ растеній на кислородъ и углеродъ. Кислородъ выдыхается листьями, и освободившаяся энергія его сродства ко всѣмъ горючимъ и окисляющимся тѣламъ превращается снова въ теплоту въ легкихъ животныхъ, вездѣ, гдѣ происходитъ горѣніе, гніеніе, окисленіе и затѣмъ частью подвергается цѣлому ряду дальнѣйшихъ превращеній, но въ значительной степени превращается снова въ лучистую энергію и разсѣевается въ міровомъ пространствѣ. Свободная химическая энергія углерода, выдѣленнаго изъ углекислоты, только частью превращается въ теплоту при усвоеніи углерода тканями растеній, потому что тѣ соединенія, въ которыя онъ входитъ, гораздо менѣе устойчивы, чѣмъ соединеніе его съ кислородомъ въ углекислотѣ, такъ что когда онъ входитъ въ эти соединенія, то тратится меньшее количество химической энергіи, чѣмъ освобождается, когда онъ выдѣляется изъ углекислоты. Можно поэтому сказать, что въ тканяхъ растеній углеродъ обладаетъ значительнымъ запасомъ химической энергіи. Углеродъ въ растительной ткани подобенъ камню, катившемуся съ вершины горы и задержавшемуся на уступѣ. Онъ потерялъ часть своей вѣсовой энергіи, но далеко не всю: стоитъ его столкнуть съ выступа, какъ онъ полетитъ дальше и разовьетъ весь запасъ вѣсовой энергіи. Такъ и сохранившійся запасъ химической энергіи углерода въ тканяхъ растеній подвергается дальнѣйшему превращенію въ теплоту, когда растеніе горитъ, или гніетъ, или передается въ ткани животныхъ, гдѣ уже превращается въ работу и теплоту.

Та часть лучистой энергіи, посылаемой на землю солнцемъ, которая превращается здѣсь въ теплоту, претерпѣваетъ также цѣлый

рядъ дальнѣйшихъ превращеній. Значительная часть ея снова превращается въ лучистую энергію путемъ лучеиспусканія земли и разсѣевается въ міровомъ пространствѣ. Другая часть превращается въ вѣсовую энергію восходящихъ потоковъ нагрѣтаго воздуха и затѣмъ въ кинетическую энергію возникающихъ вѣтровъ. Эта послѣдняя превращается въ работу всевозможныхъ вѣтряныхъ машинъ, передается паруснымъ судамъ, превращается въ энергію сцѣпленія ломаемыхъ деревьевъ и въ теплоту вслѣдствіе ударовъ и тренія о встрѣчаемые на земной поверхности предметы и слои воздуха, имѣющіе другую скорость. Третья часть теплоты превращается въ энергію сцѣпленія и упругости испаряющейся воды океановъ, морей, рѣкъ и озеръ, затѣмъ, частью, въ вѣсовую энергію подымающихся паровъ и снова въ теплоту при сгущеніи паровъ и паденіи въ видѣ осадковъ на землю. Если дождь падаетъ надъ сушей, то вода не теряетъ всей своей вѣсовой энергіи; сохранившійся запасъ послѣдней превращается далѣе въ кинетическую энергію ручьевъ и рѣкъ, а эта послѣдняя въ работу водяныхъ машинъ, или въ теплоту, вслѣдствіе тренія о берега и внутренняго тренія въ текущей жидкости.

Обозрѣвая всю совокупность этихъ превращеній, мы прійдемъ къ заключенію, что лучистая энергія, посылаемая намъ солнцемъ, служитъ источникомъ всей работы, совершаемой на землѣ животными и машинами, вѣтровъ, дождя, теченія рѣкъ, роста животныхъ и растеній, почти всѣхъ явленій на землѣ. Солнце справедливо называютъ источникомъ жизни.

H. Электрическая энергія.

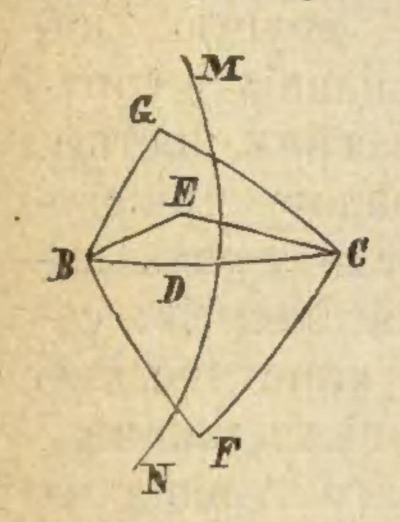
I. Электрическій потенціалъ.

§ 60. Если вблизи положительно наэлектризованнаго тѣла находится другое тѣло, легкоподвижное и наэлектризованное тоже положительно, то второе будетъ удаляться отъ перваго подъ дѣйствіемъ электрической силы между ними. Эта сила произведетъ положительную работу, потому что тѣло будетъ двигаться въ сторону дѣйствія силы. Наоборотъ, когда мы второе тѣло придвигаемъ къ первому вопреки дѣйствію электрической силы, эта сила производитъ отрицательную работу. Такъ какъ по гипотезѣ электрическихъ жидкостей притягиваются или отталкиваются не частицы наэлектризованныхъ тѣлъ, а частицы жидкостей, то работа электрическихъ силъ зависитъ не отъ перемѣщенія самихъ тѣлъ, а отъ перемѣщенія этихъ жидкостей. Поэтому, ради общности, мы будемъ говорить о перемѣщеніи нѣкотораго количества электричества, или, какъ говорятъ, нѣкоторой электрической массы, разумѣя здѣсь безразлично оба случая: когда при томъ перемѣщается самое тѣло, или только электричество внутри тѣла.

Электрическая сила оказываетъ замѣтныя дѣйствія только на нѣкоторыхъ, вообще небольшихъ разстояніяхъ отъ наэлектризованнаго тѣла. Пространство, внутри котораго замѣтно дѣйствіе даннаго электрическаго заряда, называется электрическимъ полемъ этого заряда. Внѣ электрическаго поля работа электрической силы равна нулю, потому что сама сила равна нулю. Поэтому электрическая сила, дѣйству-

ющая между неподвижнымъ зарядомъ и подвижной электрической массой, можетъ производить работу только до тѣхъ поръ, пока масса не выйдетъ изъ границъ поля; когда же масса выйдетъ изъ поля, энергія силы, дѣйствующей между нею и зарядомъ, образующимъ поле, равна нулю.

§ 61. Положимъ, что единица положительнаго электричества перемѣщается изъ точки B въ точку C, лежащія 1-я внутри, 2-я—внѣ поля, образуемаго зарядомъ A (фиг. 26). Линія MN означаетъ границу поля. Можно доказать, что работа, производимая электрической силой при этомъ перемѣщеніи, 1) не зависитъ отъ пути, по которому происходитъ перемѣщеніе, и 2) по абсолютной величинѣ равна работѣ при обратномъ перемѣщеніи изъ C въ B.



Фиг. 26.

Докажемъ сначала второе положеніе. Положимъ, что при перемѣщеніи изъ B въ C по пути BDC производится работа T, а при перемѣщеніи изъ C въ B по тому же пути работа—T_1. Нужно доказать, что $T = T_1$. Положимъ, что $T > T_1$. Заставимъ $+1$ перемѣщаться изъ C въ B и потомъ обратно. При перемѣщеніи изъ C въ B электрическая сила произведетъ работу — T_1, при обратномъ перемѣщеніи — работу $+T$. Вся произведенная работа равна $T - T_1 > 0$. Электрическая сила произвела положительную работу, слѣдовательно энергія ея должна была уменьшиться; но энергія электрической силы была и снова стала равной нулю, такъ какъ $+1$ возвратилась въ точку C, лежащую внѣ поля. Такимъ образомъ предположеніе, что $T > T_1$, приводитъ къ противорѣчію. По той же причинѣ невозможно предположеніе $T < T_1$. Вся работа при перемѣщеніи изъ C въ B и обратно равна $T - T_1 < 0$. Электрическая сила произвела отрицательную работу, слѣдовательно энергія ея должна была возрасти. Но она была и снова стала равной 0, слѣд. предположеніе невозможно.

Докажемъ 1-е положеніе. Положимъ, что при перемѣщеніи $+1$ изъ B въ C по пути BDC производится работа T, а при перемѣщеніи $+1$ по пути BEC—работа T_1 и пусть $T > T_1$. Перемѣстимъ $+1$ изъ C въ B по пути BEC и обратно по пути BDC. По доказанному сейчасъ, при перемѣщеніи изъ C въ B будетъ произведена работа — T_1; при перемѣщеніи изъ B въ C, по предположенію, — работа $+T$. Вся произведенная работа равна $T - T_1 > 0$, что невозможно, такъ какъ энергія электрической силы была и снова стала равной нулю. Такимъ же разсужденіемъ, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, докажемъ невозможность предположенія $T < T_1$.

§ 62. Докажемъ теперь, что перемѣщеніе $+1$ изъ точки B въ какую угодно другую точку внѣ поля будетъ та же самая, что и при перемѣщеніи въ точку C. Обозначимъ работу при перемѣщеніи $+1$ изъ точки B въ точку C буквой T_{BC}, а—въ какую нибудь другую точку F—буквой T_{BF}. Надо доказать, что $T_{BC} = T_{BF}$. Такъ какъ работа электрической силы при перемѣщеніи $+1$ изъ B въ F, по доказанному, не зависитъ отъ формы пути, то можно выбрать путь черезъ точку C и затѣмъ внѣ поля отъ C до F. Работа T_{BF} будетъ равна суммѣ работѣ,

которыя будутъ произведены на отдѣльныхъ частяхъ пути BC и CF. Работа перемѣщенія изъ B въ C равна T_{BC}; а работа перемѣщенія изъ C въ F равна 0, такъ какъ весь путь лежитъ внѣ поля. Слѣдовательно $T_{BF} = T_{BC}$, ч. и т. д.

Итакъ, работа при перемѣщеніи $+1$ изъ какой либо точки B электрическаго поля за границы поля зависитъ только отъ положенія точки B. Для всякой данной точки даннаго поля это величина постоянная, не зависящая ни отъ того, въ какую точку внѣ поля происходитъ перемѣщеніе, ни отъ того, какой путь описывается при этомъ перемѣщеніи. Эта постоянная величина называется потенціаломъ данной точки. *Потенціаломъ какой либо точки электрическаго поля называется работа электрической силы при перемѣщеніи единицы положительнаго электричества изъ данной точки за границы поля*)*.

§ 63. *Свойства потенціала.* 1. Потенціалъ точки, лежащей внѣ поля, равенъ нулю. Это прямо слѣдуетъ изъ опредѣленія.

2. Работа при перемѣщеніи $+1$ изъ одной точки поля въ другую равна разности потенціаловъ этихъ точекъ. Обозначимъ буквами P_B и P_G потенціалы точекъ B и G (фиг. 26), буквой T_{BG} — работу перемѣщенія $+1$ изъ B въ G. Работа перемѣщенія $+1$ изъ B въ C, точку внѣ поля, равна P_B. Но мы можемъ перемѣстить $+1$ изъ B въ C, проходя черезъ G; работа будетъ та же самая. При перемѣщеніи отъ B до G работа равна T_{BG}; при перемѣщеніи отъ G до C работа равна P_G. Слѣд. $T_{BG} + P_G = P_B$, откуда $T_{BG} = P_B - P_G$, ч. и т. д.

3. Если зарядъ A положителенъ, то потенціалъ во всѣхъ точкахъ поля положителенъ; если зарядъ A отрицателенъ, то и потенціалъ во всѣхъ точкахъ поля отрицателенъ. Въ 1-мъ случаѣ $+1$ отталкивается зарядомъ A, во второмъ—притягивается имъ; слѣд. при удаленіи $+1$ изъ какой либо точки поля за его границы электрическая сила производитъ въ 1-мъ случаѣ положительную работу, во 2-мъ—отрицательную.

4. Въ положительномъ полѣ потенціалъ убываетъ при удаленіи отъ заряда, въ отрицательномъ — возрастаетъ. При удаленіи $+1$ отъ заряда въ положительномъ полѣ, электрическая сила производитъ положительную работу, $T_{BG} > 0$; слѣдовательно $P_B > P_G$, потенціалъ начальной точки больше потенціала конечной; слѣд. въ положительномъ полѣ по мѣрѣ удаленія отъ заряда потенціалъ уменьшается. При удаленіи $+1$ отъ заряда въ отрицательномъ полѣ электрическая сила производитъ отрицательную работу, $T_{BG} < 0$, слѣд., $P_B < P_G$, потенціалъ начальной точки меньше потенціала конечной; слѣд. въ отрицатель-

---

*) *Замѣчаніе.* Здѣсь слѣдуетъ замѣтить, что разсужденія, изложенныя въ §§ 61 и 62, не могутъ быть обойдены безъ логическаго скачка посредствомъ вывода формулы потенціала, какъ это часто дѣлается. При выводѣ формулы предположеніе прямолинейнаго пути является существеннымъ условіемъ, а потому распространеніе ея на работу по какому угодно пути и основанное на немъ опредѣленіе потенціала являются совершенно произвольными. Мы тщательно взвѣсили пользу, которую можетъ доставить формула потенціала въ элементарномъ курсѣ, и нашли, что она не искупаетъ трудности вывода.

номъ полѣ потенціалъ увеличивается по мѣрѣ удаленія отъ заряда, ч. и т. д.

Отсюда слѣдуетъ, что абсолютная величина потенціала въ обоихъ случаяхъ увеличивается съ приближеніемъ къ заряду.

5. Положительное электричество всегда стремится въ сторону убывающаго потенціала, отрицательное—въ сторону возрастающаго. Положительное электричество въ положительномъ полѣ отталкивается зарядомъ, въ отрицательномъ—притягивается, слѣд., въ обоихъ случаяхъ стремится въ сторону убывающаго потенціала. Отрицательное — наоборотъ.

6. Потенціалъ земли равенъ нулю. Если соединимъ съ землей проводникъ, заряженный положительно и, слѣдовательно, образующій вокругъ себя положительное поле, то положительный зарядъ уходитъ въ землю. Слѣдовательно потенціалъ земли меньше какого угодно положительнаго потенціала. Если соединимъ съ землей проводникъ, заряженный отрицательно, слѣд., образующій вокругъ себя отрицательное поле, то отрицательное электричество сходитъ съ него въ землю. Слѣд. потенціалъ земли больше какого угодно отрицательнаго потенціала. Разъ потенціалъ земли меньше какого угодно положительнаго потенціала и больше какого угодно отрицательнаго потенціала, то онъ равенъ 0.

7. Если въ полѣ помѣщаются нѣсколько зарядовъ, то потенціалъ въ каждой точкѣ поля равенъ алгебраической суммѣ потенціаловъ, производимыхъ въ данной точкѣ каждымъ зарядомъ отдѣльно. Въ этомъ случаѣ перемѣщеніе $+1$ изъ какой либо точки поля за его границы происходитъ подъ дѣйствіемъ равнодѣйствующей всѣхъ силъ, производимыхъ каждымъ зарядомъ въ отдѣльности. Но такъ какъ работа равнодѣйствующей равна алгебраической суммѣ работъ составляющихъ силъ, то работа при перемѣщеніи $+1$ подъ совокупнымъ дѣйствіемъ всѣхъ зарядовъ, будетъ равна алгебраической суммѣ работъ, которыя были бы произведены силами, исходящими изъ каждаго заряда въ отдѣльности.

8. При увеличеніи заряда увеличивается пропорціонально потенціалъ во всѣхъ точкахъ поля. Зарядъ въ n разъ большій мы можемъ разсматривать, какъ совокупность n зарядовъ, равныхъ первоначальному и помѣщенныхъ всѣ въ одномъ мѣстѣ; тогда и потенціалъ въ каждой точкѣ поля будетъ равенъ суммѣ n потенціаловъ, равныхъ прежнему, т. е. будетъ въ n разъ больше.

9. Если въ поле внести два заряда, равныхъ по абсолютной величинѣ и противоположныхъ по знаку, то потенціалъ увеличится въ тѣхъ точкахъ поля, которыя ближе къ положительному заряду, и уменьшается въ точкахъ, которыя ближе къ отрицательному заряду. Положимъ, что кромѣ заряда A (фиг. 27) въ поле внесли еще два заряда B и C, равные по абсолютной величинѣ и противоположные по знаку. Обозначимъ потенціалы, которые образовались бы въ точкѣ M отдѣльно зарядами A, B и C, буквами P_A, P_B и P_C; тогда потенціалъ въ точкѣ M будетъ $P_A + P_B - P_C = P_A + (P_B - P_C)$. Такъ какъ абсолютная величина потенціала тѣмъ больше, чѣмъ точка ближе къ заряду, и заряды въ точкахъ B и C по абсолютной величинѣ

M
A
B +
C −

Фиг. 27.

равны, то $P_B > P_C$, если M ближе къ B, чѣмъ къ C; тогда $P_B - P_C$ положительно, и слѣд. потенціалъ точки M въ присутствіи трехъ зарядовъ больше P_A, т. е. того, какой былъ до внесенія зарядовъ B и C. Если же точка M ближе къ C, то $P_C > P_B$, $B_B - P_C$ отрицательно, и потенціалъ точки M меньше P_A, т. е. того, какой былъ до внесенія зарядовъ B и C, ч. и т. д.

II. Распредѣленіе электричества на проводникѣ.

§ 64. Изъ свойствъ потенціала слѣдуетъ:

1. Если въ двухъ точкахъ проводника потенціалы не равны, то между этими точками появляется токъ электричества: положительное электричество направляется отъ большаго потенціала къ меньшему, отрицательное—наоборотъ.

2. При равновѣсіи электричества на проводникѣ потенціалъ во всѣхъ точкахъ проводника долженъ быть постояненъ, потому что если бы какія либо двѣ точки проводника A и B имѣли различные потенціалы, то между ними образовался бы токъ и, слѣдовательно, не было бы равновѣсія. Постоянство потенціала на проводникѣ указываетъ на отсутствіе электрической силы внутри его. Это и разумѣютъ, когда говорятъ, что электричество собирается на поверхности проводника. Въ различныхъ точкахъ поверхности проводника электрическія силы нанаправлены по нормалямъ къ поверхности. Въ противномъ случаѣ проэкція силы на поверхность не равнялась бы нулю, и работа при перемѣщеніи $+1$ изъ одной точки поверхности въ другую также не равнялась бы нулю, а слѣд. потенціалъ не былъ бы одинаковъ.

§ 65. Электричество на проводникѣ, имѣющемъ неправильную форму, собирается болѣе на выступахъ.

Положимъ, что на проводникѣ A (фиг. 28) электричество распредѣлено равномѣрно. На каждую частицу электричества дѣйствуютъ сосѣднія частицы, но съ различной силой: сильнѣе дѣйствуютъ ближайшія, дальнѣйшія—слабѣе. Такъ какъ ближайшія дѣйствуютъ гораздо сильнѣе, то дѣйствіе всего электричества опредѣляется главнымъ образомъ дѣйствіемъ ближайшихъ частицъ. Если теперь разсмотримъ на проводникѣ A двѣ точки, B и C, лежащія B на выступѣ, C — на болѣе плоской части проводника, то увидимъ, что около B гораздо меньше электричества лежитъ на близкихъ разстояніяхъ, чѣмъ около C. Слѣд. дѣйствіе всего заряда около точки C сильнѣе, чѣмъ около точки B, и потенціалъ въ точкѣ C будетъ больше, чѣмъ въ B. Слѣд. положительное электричество будетъ переходить отъ C къ B, пока потенціалы не сравняются. Поэтому электричество будетъ распредѣлено не равномѣрно, а сгустится около B. Понятно, что сгущеніе должно быть тѣмъ больше, чѣмъ больше заостренность въ B.

Фиг. 28.

§ 66. Такъ какъ потенціалъ въ каждой точкѣ поля пропорціоналенъ заряду A, то если зарядъ расположенъ на проводникѣ, потенціалъ самого проводника также пропорціоналенъ находящемуся на

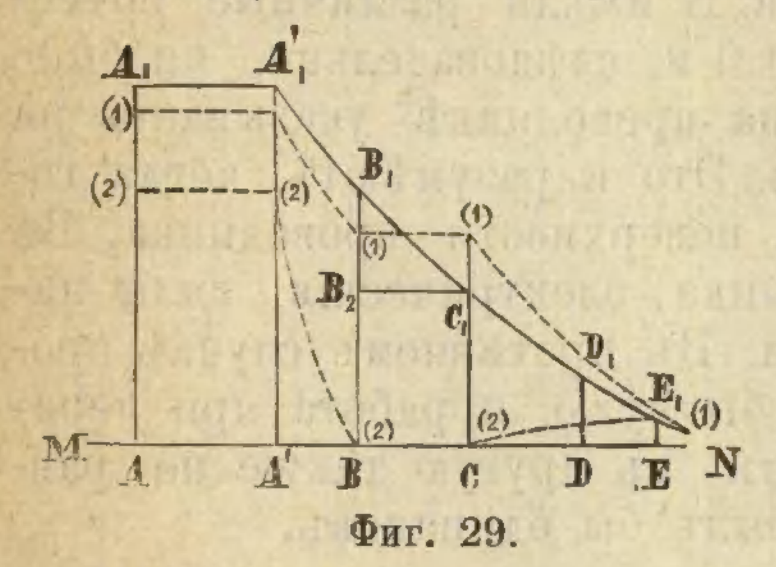
немъ заряду. Слѣд. потенціалъ проводника можетъ характеризовать степень заряженія его, какъ температура—степень нагрѣванія теплаго тѣла. Количество электричества, которое надо сообщить данному проводнику, чтобы увеличить потенціалъ его на единицу, называется электрической емкостью проводника. Если назвать черезъ C—емкость проводника, P—его потенціалъ и Q—количество электричества на немъ, то

$$Q = CP.$$

C зависитъ отъ формы и размѣровъ проводника, но не зависитъ отъ вещества.

III. Электрическая индукція.

§ 67. Если на проводникѣ A находится положительный зарядъ, потенціалъ на немъ положителенъ. Потенціалъ въ полѣ будетъ тоже положителенъ и будетъ убывать по направленію отъ A къ краямъ поля. Можно изобразить на чертежѣ характеръ убыванія потенціала въ полѣ по какому нибудь направленію. Пусть MN (фиг. 29) изображаетъ какую нибудь прямую линію въ полѣ, пересѣкающую проводникъ A. A и A′—точки, въ которыхъ прямая MN пересѣкаетъ поверхность проводника A. B, C, D, E — различныя точки поля, черезъ которыя проходитъ прямая MN. Возставимъ въ точкахъ A, A′, B, C, D, E перпендикуляры къ прямой MN и на нихъ отложимъ отрѣзки AA_1, $A'A'_1$, BB_1 и т. д., пропорціональные потенціаламъ соотвѣтствующихъ точекъ поля. Соединивъ точки A_1, A'_1, B_1... подходящей кривой, мы получимъ наглядное изображеніе измѣненія потенціала. Мы не можемъ сказать, что это за кривая, но форма ея непремѣнно похожа на ту, какая нарисована на чертежѣ. Это легко сообразить. На проводникѣ потенціалъ постояненъ; это изображается прямой $A'A'_1$, параллельной MN. По мѣрѣ удаленія отъ A въ ту и другую сторону потенціалъ уменьшается: наша кривая опускается и на перпендикулярахъ, возстановленныхъ въ различныхъ точкахъ прямой MN, отсѣкаетъ все меньшіе и меньшіе отрѣзки. Притомъ кривая опускается сначала быстрѣе, потомъ все медленнѣе и медленнѣе, такъ что закругляется книзу. Это указываетъ на то, что потенціалъ убываетъ сначала быстро, а потомъ все медленнѣе. Измѣненіе потенціала и должно быть таково. Измѣненіе потенціала между двумя точками представляетъ работу электрической силы при перемѣщеніи +1 между этими точками. При одинаковомъ разстояніи работа тѣмъ больше, чѣмъ больше сила; слѣд. потенціалъ измѣняется тѣмъ быстрѣе, чѣмъ больше сила, т. е. быстрѣе на болѣе близкихъ разстояніяхъ, чѣмъ на далекихъ. А это и указывается быстрымъ опусканіемъ кривой около A и медленнымъ—далѣе.



Фиг. 29.

§ 68. Положимъ, что между точками B и C помѣщается проводникъ. Электричество не будетъ на немъ въ равновѣсіи: положительное будетъ перемѣщаться отъ B къ C, отрицательное — наоборотъ (см. §

63,5). Перемѣщеніе будетъ происходить до тѣхъ поръ, пока потенціалъ не увеличится около C и не уменьшится около B на столько, что на всемъ проводникѣ BC станетъ постояннымъ. Проводникъ BC будетъ слѣдовательно заряженъ въ B — отрицательнымъ электричествомъ, въ C—положительнымъ. Въ полѣ появятся такимъ образомъ два новыхъ заряда, равныхъ по абсолютной величинѣ; одинъ отрицательный, другой положительный. Потенціалъ во всемъ полѣ измѣнится: въ точкахъ, лежащихъ ближе къ C, подымется, а въ тѣхъ, которыя ближе къ B,— опустится. Уменьшится между прочимъ и потенціалъ проводника A. Распредѣленіе потенціала изобразится линіей въ родѣ означенной пунктиромъ (1).

Если теперь проводникъ BC соединить съ землей, то равновѣсіе опять нарушится. Такъ какъ потенціалъ на BC былъ больше нуля, то положительное электричество будетъ перетекать съ него въ землю, а отрицательное— изъ земли на проводникъ, пока потенціалъ его не уменьшится до нуля. Потенціалъ земли не можетъ отъ этого сколько нибудь замѣтно измѣниться, такъ какъ земля представляетъ проводникъ съ безконечно большой емкостью, а слѣд. сообщеніе землѣ какого либо количества электричества не измѣняетъ замѣтно ея потенціала. Такъ какъ на проводникѣ BC отрицательный зарядъ увеличился, а положительный ушелъ въ землю, то потенціалъ всего поля уменьшился, между прочимъ и на проводникѣ A. Распредѣленіе потенціала изобразится теперь линіей въ родѣ означенной пунктиромъ (2).

§ 69. *Электрическая машина.* Наэлектризованный секторъ стекляннаго круга обыкновенной электрической машины можно разсматривать съ точки зрѣнія нашей общей схемы, какъ зарядъ A; кондукторъ машины—какъ проводникъ B; только этотъ проводникъ снабженъ остріями, съ которыхъ отрицательное электричество стекаетъ на кругъ и нейтрализуетъ его положительное электричество. Вслѣдствіе вращенія круга мѣсто ставшаго нейтральнымъ сектора заступаетъ наэлектризованный, такъ что можно считать зарядъ A постояннымъ. Разложеніе электричества на кондукторѣ продолжается до тѣхъ поръ, пока потенціалъ на немъ не сравняется, т. е. не станетъ равенъ BB_1, потенціалу точки B. Только теперь потенціалъ точки B и всей влѣво отъ нея части поля не уменьшается, какъ было раньше, а даже нѣсколько возрастаетъ, такъ какъ отрицательное электричество стекаетъ съ проводника B на кругъ и тамъ нейтрализуется, а въ полѣ прибавляется одинъ положительный зарядъ на кондукторѣ, что повышаетъ потенціалъ всѣхъ точекъ поля. Отсюда видно, что потенціалъ проводника B и количество электричества на немъ зависятъ отъ потенціала A и отъ разстоянія B отъ A: чѣмъ ближе кондукторъ (острія) къ кругу, тѣмъ больше потенціалъ его.

§ 70. ***Конденсація.*** Если теперь на мѣстѣ заряда A общей схемы представимъ кондукторъ машины, а на мѣстѣ проводника B—какой нибудь другой проводникъ и отведемъ послѣдній къ землѣ, то увидимъ, что на немъ долженъ появляться отрицательный зарядъ. Это вызоветъ уменьшеніе потенціала въ части кондуктора A, обращенной къ B; равновѣсіе на кондукторѣ A нарушится, и произойдетъ новое разложеніе электричества на немъ, пока потенціалъ его не станетъ снова равенъ

AA'. Но зарядъ на кондукторѣ A будетъ уже больше, чѣмъ былъ раньше, до приближенія проводника B; слѣд. емкость кондуктора A увеличилась, электричество на немъ сгустилось, конденсировалось. Итакъ конденсаторъ даетъ возможность увеличить зарядъ на проводникѣ машины, или на другомъ соединенномъ съ нимъ проводникѣ, но не увеличиваетъ его потенціала.

Б. Гернъ (Смоленскъ).

(Продолженіе слѣдуетъ).

ИЗСЛѢДОВАНІЕ О МНОГОГРАННИКАХЪ СИММЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ.

А. БРАВЭ.

(Переводъ съ французскаго).

(Продолженіе).*

Теорема XXIX. — *Если въ многогранникѣ съ главною осью Λ^{2q} плоскости симметріи заключаютъ въ себѣ двойныя оси, то въ такомъ многогранникѣ имѣются плоскость симметріи, перпендикулярная къ главной оси, и центръ симметріи.*

Пусть CA, фиг. 16, главная ось, CP—одна изъ двойныхъ осей и ACPQ—плоскость симметріи, заключающая эту ось. Углу S будетъ гомологиченъ s по отношенію къ двойной оси CP, углу s будетъ гомологиченъ Σ по отношенію къ плоскости ACPQ. Относительное положеніе S и Σ другъ къ другу указываетъ на то, что плоскость PCP', перпендикулярная къ CA и къ плоскости CAP, есть плоскость симметріи многогранника, по отношенію къ которой S и Σ суть два гомологичныхъ угла; и такъ существуетъ перпендикулярная къ Λ^{2q} плоскость симметріи, вызывающая въ свою очередь существованіе центра симметріи.

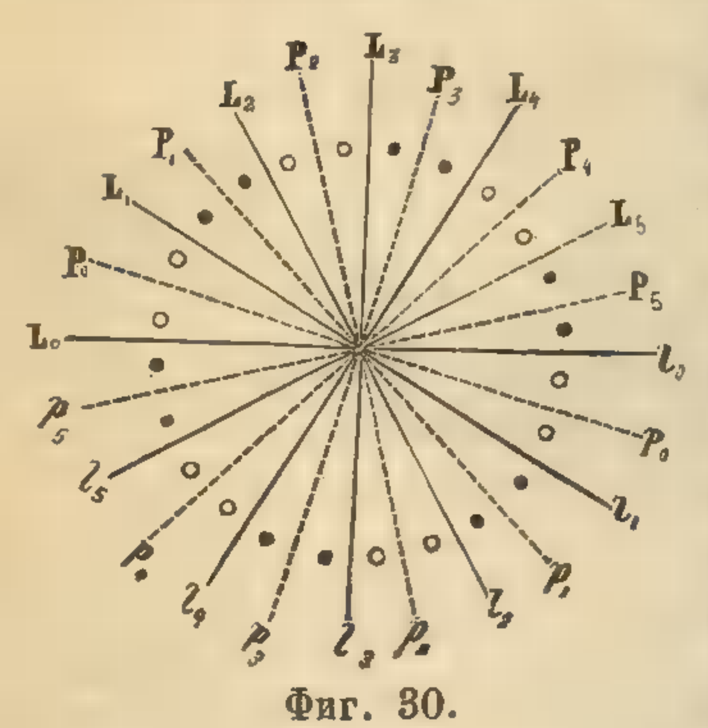
Теорема XXX.—*Если въ многогранникѣ съ главною осью Λ^{2q} плоскости симметріи чередуются съ двойными осями, то эти послѣднія—всѣ одного и того же рода, но каждая обратно расположена по отношенію къ сосѣдней; въ этомъ случаѣ нѣтъ ни плоскости симметріи, перпендикулярной къ главной оси, ни центра симметріи.*

Если бы существовала перпендикулярная къ главной оси плоскость симметріи, то линіи пересѣченія ея съ плоскостями симметріи были бы двойными осями (теорема XVII), что противорѣчитъ положе-

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ №№ 214, 215 и 218.

нію; такимъ образомъ здѣсь нѣтъ ни плоскости симметріи, ни центра симметріи (теорема XXI).

Сосѣднія двойныя оси L_0l_0 и L_1l_1, фиг. 30, обратно расположены другъ къ другу, какъ гомологи по отношенію къ лежащей между ними плоскости симметріи, которая проходитъ черезъ главную ось и P_0Cp_0.


Фиг. 30.

Обратное расположеніе въ общемъ не исключаетъ необходимо прямого расположенія; но въ настоящемъ случаѣ легко убѣдиться, что L_0l_0 и L_1l_1 не могутъ быть одинаково расположены, такъ какъ вращеніе, которое вызвало бы характерное для прямого расположенія совпаденіе, можетъ быть произведено только вокругъ главной оси или вокругъ биссектриссы p_0CP_0 или наконецъ вокругъ второй, перпендикулярной къ предыдущей, биссектриссы p_3CP_3. Такъ какъ имѣются $2q$ двойныхъ осей, то

$$L_0CL_1 = \frac{180^0}{2q} = \frac{360^0}{4q} \text{ и } P_0CP_1 = \frac{180^0}{2q} = \frac{90^0}{q}.$$

Если бы CL_0 и CL_1 были одинаково расположены по отношенію къ главной оси, то порядокъ симметріи главной оси былъ бы $4q$, такъ какъ для совпаденія угловъ многогранника необходимо было бы повернуть его на $\frac{360^0}{4q}$; а такой порядокъ симметріи главной оси противорѣчитъ положенію. Точно такъ же CL_0, CL_1 не могутъ быть одинаково расположены по отношенію къ CP_0, такъ какъ CP_0 не есть двойная ось. Перпендикуляръ къ CP_0, т. е. CP_3 тоже не представляетъ оси второго порядка, такъ какъ

$$90^0 = q \times P_0CP_1,$$

и такъ какъ этотъ перпендикуляръ есть прямая изъ группы CP_0, CP_1, CP_2. Такимъ образомъ сосѣднія двойныя оси обратно расположены, такъ какъ нѣтъ никакой возможности привести ихъ къ совпаденію.

Фиг. 30 показываетъ распредѣленіе гомологичныхъ угловъ для случая $2q = 6$. Плоскость симметріи, перпендикулярная къ главной оси, совпадаетъ съ плоскостью чертежа. Темные маленькіе кружки обозначаютъ углы, лежащіе подъ этой плоскостью, бѣлые—тѣ углы, которые находятся подъ плоскостью.

При установленіи символовъ для обоихъ родовъ изслѣдованной теперь симметріи, нужно имѣть въ виду, что въ случаѣ теоремы XXIX плоскости симметріи перпендикулярны къ двойнымъ осямъ, а въ томъ случаѣ, когда плоскости чередуются съ осями, онѣ не могутъ быть между собой перпендикулярны. Такимъ образомъ у насъ получатся формулы: 1—для случая совпаденіи и 2—для случая чередованія.

$$[\Lambda^{2q},\quad qL^2,\quad qL'^2,\quad C,\quad \Pi,\quad qP^2,\quad qP'^2]$$

$$\text{и } [\Lambda^{2q},\quad 2qL^2,\quad 0C,\quad 2qP].$$

Изъ теоремъ XXVI, XXVII и XXIII мы видимъ, что многогранники съ главною осью четнаго порядка могутъ быть только шести родовъ симметріи. Они будутъ помѣщены въ синоптической таблицѣ, приведенной въ концѣ этого изслѣдованія.

Въ этой таблицѣ можно давать q всевозможныя значенія отъ $q = 1$ включительно до $q = \infty$.

Многогранники съ главною осью нечетнаго порядка.

Теорема XXXI. — *Многогранникъ, въ которомъ имѣется главная ось нечетнаго порядка, не можетъ имѣть одновременно плоскость симметріи, перпендикулярную къ этой оси, и центръ симметріи.*

Это есть слѣдствіе теоремы IV.

Теорема XXXII. — *Если въ многогранникѣ, который содержитъ главную ось* Λ^{2q+1}, *имѣются еще другія оси, то всѣ онѣ — второго порядка, общее число ихъ равно* $2q+1$, *и всѣ онѣ—одного и того же рода.*

Любая изъ новыхъ осей, которыя принадлежатъ осямъ второго порядка, и лежатъ въ плоскости, перпендикулярной къ Λ^{2q+1}(теорема XV), повторяется $2q$ разъ, согласно примѣчанію къ теоремѣ X: кромѣ того эти $2q+1$ осей будутъ между собой различны и не совпадутъ попарно (какъ это имѣетъ мѣсто въ случаѣ съ главными осями четнаго порядка). Дѣйствительно, если мы обозначимъ оси 0, 1, 2, 3 и т. д. послѣдовательно, какъ онѣ выступаютъ при вращеніи, при каждомъ поворотѣ на $\frac{360^0}{2q+1}$, то мы найдемъ, что углы, которые образуютъ 0, 1, 2, 3 и т. д. съ осью 0, равняются

$$0^0, \frac{360^0}{2q+1}, \frac{2.360^0}{2q+1}, \ldots \frac{q.360^0}{2q+1}, \frac{(q+1)360^0}{2q+1}, \ldots \frac{2q.360^0}{2q+1},$$

и оси соотвѣтствуютъ различнымъ прямымъ, такъ какъ никакая пара угловъ не разнится на 180^0.

Никакой другой двойной оси въ плоскости, перпендикулярной къ главной оси, не можетъ быть, кромѣ тѣхъ, которыя были сейчасъ указаны. Если бы общее число двойныхъ осей было Q, гдѣ $Q > 2q+1$, то и порядокъ симметріи главной оси былъ бы Q или mQ (теорема XIII), что противорѣчитъ положенію.

Примѣчаніе. — Число двойныхъ, перпендикулярныхъ къ Λ^{2q+1}, осей должно постоянно равняться 0 и $2q+1$.

Теорема XXXIII. — *Если въ многогранникѣ, содержащемъ главную ось* Λ^{2q+1}, *имѣются проходящія черезъ главную ось плоскости симметріи, то всѣ онѣ должны быть одного и того же рода, и общее число ихъ должно быть* $2q+1$.

Можно показать, какъ и въ предыдущей теоремѣ, что 1) $2q+1$ плоскостей, обнаруживающихся во время вращенія вокругъ главной оси, при каждомъ поворотѣ на $\frac{360^0}{2q+1}$, одного и того же рода, одинаково

расположены и не совпадаютъ попарно другъ съ другомъ, и что 2) число ихъ не можетъ превышать $2q+1$, согласно теоремѣ XI.

Примѣчаніе.—Число плоскостей симметріи, проходящихъ черезъ главную ось Λ^{2q+1}, должно постоянно равняться 0 или $2q+1$.

Теорема XXXIV.—*Многогранники съ главною осью* Λ^{2q+1}, *не содержащіе ни плоскостей симметріи, проходящихъ черезъ эту ось, ни двойныхъ осей, представляютъ три различныхъ рода симметріи, смотря по тому, имѣютъ ли они плоскость симметріи, перпендикулярную къ этой оси или нѣтъ, и въ этомъ послѣднемъ случаѣ имѣютъ ли они центръ симметріи или нѣтъ.*

Если многогранникъ содержитъ плоскость симметріи, перпендикулярную къ главной оси, то онъ не можетъ имѣть центра симметріи (теорема XXXI); такимъ образомъ симметрія многогранника вполнѣ опредѣлена.

Если плоскость, перпендикулярная къ главной оси, не представляетъ плоскости симметріи, то невозможность существованія центра устраняется. Согласно нашему обозначенію, мы получимъ три различныхъ символа:

$$[\Lambda^{2q+1}, 0L^2, 0C, 0P]$$

$$[\Lambda^{2q+1}, 0L^2, C, 0P]$$

$$[\Lambda^{2q+1}, 0L^2, 0C, \Pi].$$

Теорема XXXV.—*Многогранники съ главною осью* Λ^{2q+1}, *содержащіе или только* $2q+1$ *плоскостей симметріи, или только* $2q+1$ *двойныхъ осей, не могутъ имѣть ни плоскости симметріи, перпендикулярной къ* Λ^{2q+1}, *ни центра симметріи.*

Это есть очевидное слѣдствіе теоремъ XVII, XVIII, XIX и XX.

По принятому нами обозначенію, обоимъ классамъ многогранниковъ, разсмотрѣнныхъ въ настоящей теоремѣ, соотвѣтствуютъ слѣдующіе символы

$$[\Lambda^{2q+1}, (2q+1) L^2, 0C, 0P]$$

$$\text{и } [\Lambda^{2q+1}, 0L^2, 0C, (2q+1) P].$$

Теорема XXXVI.—*Въ многогранникахъ, имѣющихъ главную ось* Λ^{2q+1}, *далѣе* $2q+1$ *двойныхъ осей и* $2q+1$ *плоскостей симметріи, проходящихъ черезъ главную ось, двойныя оси лежатъ въ плоскостяхъ симметріи или дѣлятъ пополамъ углы, образуемые плоскостями.*

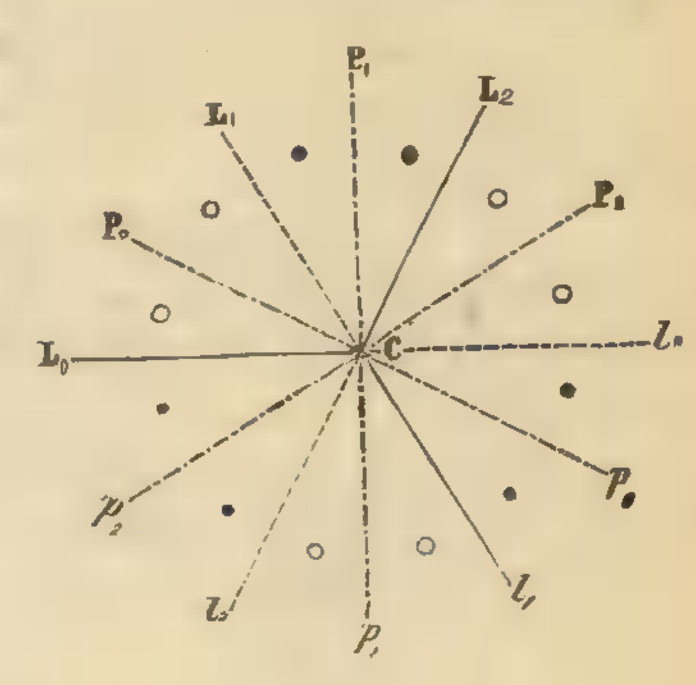
Теорема эта доказывается точно такъ же, какъ и теорема XXVIII.

Теорема XXXVII.—*Если въ многогранникѣ съ главною осью* Λ^{2q+1} *плоскости симметріи содержатъ двойныя оси, то существуетъ плоскость симметріи, перпендикулярная къ главной оси, но отсутствуетъ центръ симметріи.*

Доказательство такое же, какъ и въ теоремѣ XXIX. Но указанное тамъ слѣдствіе, касающееся существованія центра симметріи, отсутствуетъ здѣсь согласно теоремѣ XXXI.

Теорема XXXVIII.—*Если въ многогранникѣ съ главною осью Λ^{2q+1} плоскости симметріи чередуются съ двойными осями, то всѣ послѣднія одного и того же рода и совпадаютъ съ перпендикулярами къ плоскостямъ симметріи; тогда существуетъ центръ симметріи, но нѣтъ плоскости симметріи, перпендикулярной къ главной оси.*

Двойныя оси CL_0, CL_1, CL_2, фиг. 31 дѣлятъ половину окружности, описанной вокругъ C, какъ центра, на $2q+1$ одинаковыхъ частей. Такъ какъ это число нечетное, то одна изъ равнодѣлящихъ угловъ L_0CL_1, L_1CL_2 и т. д. будетъ перпендикулярна къ CL_0; слѣдовательно постоянно будетъ существовать плоскость симметріи, перпендикулярная къ оси CL_0. Въ данномъ случаѣ это есть плоскость, слѣдъ которой представляетъ прямая P_1Cp_1 на плоскости фиг. 27, при чемъ послѣдняя плоскость предполагается перпендикулярной къ главной оси. Одновременное существованіе плоскости симметріи и перпендикулярной къ ней двойной оси обусловливаетъ существованіе центра симметріи (теорема XXII).



Фиг. 31.

Кромѣ того всѣ двойныя оси одинаково расположены по отношенію къ главной оси и слѣдовательно одного и того же рода. Бѣлые и черные кружки фиг. 2(указываютъ положеніе гомологичныхъ угловъ. Черные кружки обозначаютъ углы, расположенные подъ плоскостью чертежа, бѣлые—надъ этой плоскостью.

Символы многогранниковъ, разсмотрѣнныхъ въ теоремахъ XXXVII и XXXVIII, будутъ такимъ образомъ слѣдующіе:

$$[\Lambda^{2q+1},\quad (2q+1)\ L^2,\quad C,\quad (2q+1)\ P]$$

$$\text{и } [\Lambda^{2q+1},\quad (2q+1)\ L^2,\ 0C, \Pi, (2q+1)\ P].$$

Изъ теоремъ XXXIV, XXXV и XXXVIII мы видимъ, что многогранники съ главною осью нечетнаго порядка могутъ обладать только семью родами симметріи, что будетъ представлено на таблицѣ помѣщенной въ концѣ этого излѣдованія.

Въ этой таблицѣ q можно придавать всевозможныя значенія отъ $q=1$ включительно до $q=\infty$.

§ IV. Симметрическіе сфероэдрическіе многогранники.

Теорема XXXIX.—*Каждый сфероэдрическій многогранникъ имѣетъ, по крайней мѣрѣ, двѣ оси L^q и $L^{q'}$, порядокъ которыхъ выше второго.*

Сфероэдрическій многогранникъ (опредѣленіе IX) не можетъ имѣть только одну ось симметріи, такъ какъ въ подобномъ случаѣ, для устраненія повторенія этой оси посредствомъ плоскости симметріи многогранника, необходимо было бы, чтобы эта плоскость содержала единственную ось симметріи или совпадала бы съ плоскостью, перпендикулярной

къ ней. А тогда единственная ось могла бы постоянно быть разсматриваемой, какъ главная ось, и многогранникъ не былъ бы сфероэдрическимъ.

Итакъ въ сфероэдрическомъ многогранникѣ имѣются двѣ или больше осей симметріи.

Пусть L^q и $L^{q'}$ двѣ оси, порядокъ симметріи которыхъ q и q_1 не ниже, чѣмъ порядокъ симметріи другихъ осей; докажемъ, что $q > 2$ и $q' > 2$.

Примемъ сначала, что $q = 2$ и $q' = 2$. Перпендикуляръ къ плоскости осей L^2 и L'^2 будетъ также осью симметріи $L^{q''}$ (теорема XII) и такъ какъ не можетъ быть $q'' > q$, $q'' > q'$, то $q'' = 2$. Сверхъ того L^2 и L'^2 перпендикулярны другъ къ другу, такъ какъ въ противномъ случаѣ существовала бы еще третья двойная ось въ плоскости осей L^2 и L'^2, и q'' было бы больше, чѣмъ 2 (теорема XIII), что невозможно. Такимъ образомъ получаются три перпендикулярныхъ другъ къ другу двойныхъ осей L^2, L'^2 и L''^2; можно показать, что, по крайней мѣрѣ, одна изъ этихъ осей можетъ быть разсматриваема, какъ главная ось.

Дѣйствительно, никакой другой двойной оси, кромѣ трехъ осей L^2, L'^2 и L''^2, въ многогранникѣ существовать не можетъ, такъ какъ всякая наклонная къ L^2 ось, въ соединеніи съ L^2, обусловила бы присутствіе другой двойной оси въ плоскости, опредѣленной положеніемъ наклонной оси и L^2 (теорема X, примѣчаніе), и вызвала бы существованіе оси симметріи высшаго порядка, чѣмъ 2 (теорема XIII).

Далѣе каждая плоскость симметріи должна проходить черезъ одну изъ трехъ осей L^2...; иначе появились бы три другія двойныя оси, гомологичныя по отношенію къ этой плоскости, и общее число двойныхъ осей было бы шесть, что, какъ показано выше, невозможно. Пусть P— плоскость симметріи, проходящая черезъ L^2. Если существуетъ вторая плоскость симметріи P′, то она должна быть перпендикулярна къ P, въ иномъ случаѣ ихъ линія пересѣченія будетъ осью, порядокъ которой окажется выше 2 (теорема XI). Постараемся разсмотрѣть, возможно ли такое положеніе этихъ плоскостей, которое устраняло бы присутствіе главной оси въ многогранникѣ.

Если плоскость P не проходитъ ни черезъ L'^2, ни черезъ L''^2, то P′ должна итти черезъ L^2, такъ какъ въ противномъ случаѣ линія пересѣченія ея съ P будетъ четвертой двойной осью, что невозможно. Точно тоже имѣетъ мѣсто по отношенію къ другимъ плоскотямъ P″ и P‴, которыя всѣ должны проходить необходимо черезъ L^2. Тогда ось L^2 будетъ удовлетворять условіямъ, поставленнымъ для существованія главной оси, и многогранникъ не будетъ сфероэдрическимъ.

Если напротивъ плоскость P содержитъ не только L^2, но и одну изъ двухъ другихъ двойныхъ осей L'^2 и L''^2 (скажемъ, ось L'^2), то плоскость P′, которая необходимо будетъ проходить черезъ перпендикуляръ къ плоскости P, т. е. черезъ L''^2, будетъ содержать ось L^2 или ось L'^2 (скажемъ, ось L^2), чтобы линія пересѣченія плоскостей P′ и P не образовала четвертой двойной оси. Если имѣется еще третья плоскость P″, то она должна быть одновременно перпендикулярна къ P и P′ (ср. выше); такимъ образомъ она будетъ проходить черезъ L'^2 и L''^2,

и никакой другой плоскости симметріи быть не можетъ. Въ этомъ случаѣ любая изъ осей L^2, L'^2 и L''^2 можетъ быть разсматриваема, какъ главная ось, и многогранникъ не можетъ быть сфероэдрическимъ.

Итакъ не можетъ $q=2$ и $q'=2$.

Предположимъ теперь, что $q>2$ и $q'=2$. Обѣ оси будутъ перпендикулярны другъ къ другу, иначе ось L'^2 заставила бы, по крайней мѣрѣ, одинъ разъ повториться ось L^q, и число q' было бы тогда меньше порядка симметріи двухъ осей многогранника, что противно сдѣланному съ самаго начала предположенію. По этой же причинѣ не можетъ быть никакой другой оси внѣ плоскости, перпендикулярной къ L^q. Такимъ образомъ выполнено первое условіе для признанія L^q—главною осью.

Точно также плоскости симметріи многогранника, которыя подчинены условію — не повторять вновь оси L^q—, должны необходимо содержать L^q или быть къ ней перпендикулярны. Такимъ образомъ L^q является главною осью, и многогранникъ не можетъ быть сфероэдрическимъ.

Итакъ не можетъ быть $q<2$ и $q'=2$,

слѣдовательно дожно быть $q>2$ и $q'>2$.

Теорема XL.—*Если въ многогранникѣ имѣются двѣ оси высшаго порядка, чѣмъ второй, то такой многогранникъ необходимо сфероэдрическій.*

Если бы многогранникъ имѣлъ главную ось, то другія оси были бы необходимо двойными (теорема XV), что противно положенію; слѣдовательно многогранникъ—сфероэдриченъ.

Опредѣленіе X.—Теоремы XXXIX и XL указываютъ на возможность еще другого опредѣленія сфероэдрическаго многогранника, сравнительно съ указаннымъ выше: „сферическіе многогранники суть симметрическіе многогранники съ нѣсколькими осями, изъ которыхъ, по крайней мѣрѣ, двѣ имѣютъ порядокъ симметріи выше второго“.—Тогда многогранники съ главною осью могутъ быть опредѣлены, какъ „многогранники, имѣющіе одну или нѣсколько осей, изъ которыхъ — самое большее—одна принадлежитъ къ осямъ симметріи высшаго порядка, чѣмъ второй“.

Як. Самойловъ (Спб.).

(Продолженіе слѣдуетъ).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

67-ой съѣздъ нѣмецкихъ естествоиспытателей и врачей собирался въ настоящемъ году отъ 16 до 21 сентября (н. с.) въ Любекѣ, при участіи нѣмецкихъ и многихъ иностранныхъ ученыхъ, а также и гражданъ стараго ганзейскаго города. Съѣздъ былъ особенно интереснымъ, благодаря обилію весьма важныхъ докладовъ, касавшихся какъ частностей науки, такъ и самыхъ общихъ вопросовъ. Изъ

числа этихъ послѣднихъ отмѣтимъ рѣчь Victor'a Meyer'a (Гейдельбергъ) о задачахъ атомистики, произнесенную имъ 18-го сентября на второмъ общемъ собраніи съѣзда. Рѣчь эту мы помѣстимъ въ переводѣ въ слѣдующихъ №№ „Вѣстника", а здѣсь замѣтимъ лишь, что въ этой рѣчи рѣшается вопросъ, какіе экспериментальные пути ведутъ къ рѣшенію задачи о происхожденіи химическихъ элементовъ. На третьемъ и послѣднемъ общемъ собраніи 20 сентября проф. Ostwald (Лейпцигъ) произнесъ рѣчь, въ которой доказывалъ, что матеріалистическое, механическое представленіе о происходящемъ въ мірѣ не только недостаточно для объясненія всѣхъ наблюдаемыхъ фактовъ, но, кромѣ того, заставляя представлять себѣ все атомистически, оно является тормазомъ, а потому какъ вредное должно быть отброшено. На его мѣсто должно явиться при нынѣшнемъ состояніи науки свободное отъ гипотезъ энергетическое представленіе, которое хотя также не будетъ въ состояніи объяснить всѣхъ явленій и потому въ будущемъ уступитъ свое мѣсто болѣе общей теоріи, но за то сравнительно съ ограничивающимъ атомистическимъ, матеріалистическимъ воззрѣніемъ является шагомъ впередъ, который наука и сдѣлаетъ, по убѣжденію оратора.

Что касается до сообщеній, сдѣланныхъ по отдѣльнымъ секціямъ, то здѣсь подмѣчены два обстоятельства. Первое, что наиболѣе содержательными и обильными по числу оказались доклады секцій, которыя организовали свои собственные ферейны и лишь по времени пріурочили свои годовыя собранія къ засѣданіямъ съѣзда. Таковы „Нѣмецкій Союзъ Математиковъ" и „Нѣмецкое Ботаническое Общество". Второе, что особенно поучительны и интересны были общія засѣданія нѣсколькихъ секцій для выслушанія и обсужденія докладовъ по такимъ предметамъ, которые одинаково интересуютъ людей различныхъ спеціальностей. Такъ, математики, физики и химики выслушивали вмѣстѣ докладъ объ энергіи. Несомнѣнно, что такія именно собранія и представляютъ наибольшій интересъ и имѣютъ наибольшее значеніе на подобныхъ огромныхъ съѣздахъ.

Число докладовъ только по математикѣ и физикѣ было столь значительно, что мы не имѣемъ возможности останавливаться на нихъ и постараемся впослѣдствіи познакомить нашихъ читателей хотя съ самыми интересными изъ сдѣланныхъ сообщеній. Пока же дадимъ лишь перечень наиболѣе важныхъ докладовъ.

I секція. *Математика и Астрономія.*—Проф. *Гильбертъ* и проф. *Минковскій*: о современномъ состояніи теоріи чиселъ; проф. *Kötter*: планъ реферата по проэктивной геометріи; проф. *Фреге*: объ идеяхъ G. Peano и о своихъ собственныхъ идеяхъ; проф *Lampe*: о составленіи общаго библіографическаго репетиторіума; проф. *Гефтеръ*: объ общихъ дѣлителяхъ и объ общихъ кратныхъ линейныхъ дифференціальныхъ выраженій; проф. *Фоссъ*: о деформаціи поверхностей; проф. *Клейнъ* и проф. *Ф. Мейеръ*: о математическомъ лексиконѣ; проф. *Покровскій*: гиперэллиптическія функціи о двухъ аргументахъ; проф. *Сусловъ*: о неразрывной группѣ вращеній Darboux; проф. *Жуковскій*: геометрическая интерпретація случая движенія твердаго тѣла вокругъ точки (случай, изученный С. Ковалевской); проф. *Fricke*: теорія автоморфныхъ функцій; проф. *Клейнъ*: къ теоріи обыкновеннаго цѣпного моста; проф. *Гордонъ*: о теоремѣ Паскаля; д-ръ *Godt*: о кругѣ Фейербаха; проф. *Конъ*: къ геометрическому значенію гомогенныхъ координатъ, и др.

II секція. *Физика и Метеорологія.* — Проф. *Аррениусъ*: объ электрическомъ дѣйствіи остріевъ; проф. *Паульсенъ*: о природѣ полярнаго свѣта; проф. *Гельмъ*: объ энергіи; д-ръ *Schütz*: о группѣ сродныхъ термодинамическихъ, электродинамическихъ и астрофизическихъ фактовъ; д-ръ *Зоммерфельдъ*: о точномъ изложеніи задачи дифракціи; проф. *Эшенгагенъ*: къ изученію варіацій земного магнитизма; *Knipping*: къ исторіи развитія циклоновъ въ подтропическихъ широтахъ, по наблюденіямъ въ Нафѣ; проф. *Веберъ*: о механическомъ эквивалентѣ теплоты; проф. *Аррениусъ*: объ объясненіи колебаній климата въ геологическія эпохи внезапными измѣненіями содержанія углекислоты въ воздухѣ; проф. *Neumayer*: нѣмецкій планъ научнаго изслѣдованія южныхъ полярныхъ странъ; д-ръ *J. R. Rydberg*: новая область изслѣдованія въ физико-химіи; д-ръ *J. Traube*: объ объемахъ атомовъ элементовъ, атомныхъ и молекулярныхъ соединеній; проф. *V. Meyer*: о дѣйствіи продолжительнаго слабаго нагрѣванія на гремучій газъ; д-ръ *Альборнъ*: демонстрація новаго прибора для опредѣленія сопротивленія воздуха при движеніи различнымъ образомъ составленныхъ косыхъ поверхностей. Объясненіе паренія птицъ; д-ръ *Maltby*: методъ опредѣленія длины электрическихъ волнъ; проф. *Нернстъ*: діэлектрическія измѣренія; проф. *Эбертъ*: сообщенія по электрооптикѣ, и др.

III секція. *Химія.*—Изъ докладовъ по этой секціи упомянемъ лишь о сообщеніяхъ проф. *Müller-Erzbach'a*: о скорости испаренія какъ мѣрилѣ упругости пара; и д-ра *Stricker'a*: объ атомистической теоріи; къ закону атомныхъ чиселъ. Всѣ остальные доклады носятъ слишкомъ спеціальный характеръ.

V секція. *Приборы.*—Д-ръ *Классенъ*: о лабораторныхъ вѣсахъ съ приспособленіемъ для перемѣны чашекъ безъ открыванія ящика; *Kuhlmann*: приспособленіе для отсчета на аналитическихъ вѣсахъ; д-ръ *Czapski*: о зрительной трубкѣ для изслѣдованія роговой и сѣтчатой оболочекъ живого глаза; *Schulze*: демонстрація аппарата, построеннаго C. Plath'омъ для объясненія сферическихъ треугольниковъ (?); *Volk*: новый освѣтительный аппаратъ для микроскопа; д-ръ *Krüss*: новый способъ количественныхъ опредѣленій при спектральномъ анализѣ, и др.

Секціи IV, VI, VII, VIII и IX были посвящены агрономической химіи и сельскому хозяйству, ботаникѣ, зоологіи съ энтомологіей, анатоміей и физіологіей, минералогіи и геологіи, и географіи съ этнологіей и антропологіей.

Мѣстомъ для слѣдующаго съѣзда избранъ Франкфуртъ на Майнѣ.

В. Г.

ЗАДАЧИ НА ИСПЫТАНІЯХЪ ЗРѢЛОСТИ ВЪ 18⁹⁴/₉₅ Г.

Тамбовская гимназія.

Алгебра. Два работника могутъ окончить работу въ x дней, при чемъ x опредѣляется изъ уравненій

$$xy = 11,\ x^2 - y^2 = 120;$$

одинъ изъ работниковъ можетъ исполнить работу на z дней скорѣй другого, гдѣ z есть корень уравненія

$$2^z = 8.$$

Во сколько дней можетъ окончить работу каждый работникъ отдѣльно?

Геометрія. Правильный тетраэдръ, ребро котораго $a = 2$, разсѣченъ плоскостью, раздѣляющей одинъ изъ его двугранныхъ угловъ пополамъ. Требуется опредѣлить стороны, углы и площадь полученнаго сѣченія.

Тамбовское реальное училище.

VI-й классъ. *Ариѳметика.* На процентныя деньги, полученныя за 8 мѣс. съ капитала въ 540 руб., отданнаго въ ростъ по $5^0/_0$, было куплено 9 фун. чаю, и этотъ чай былъ смѣшанъ съ 16 фунтами чаю другого сорта, при чемъ получилась смѣсь цѣною въ 2 руб. 64 коп. за фунтъ. Опредѣлить цѣнность лучшаго сорта чая.

Геометрія. a) На построеніе. Найти точку, разстоянія которой до трехъ данныхъ точекъ находятся въ отношеніи $1:3:5$. *b)* На вычисленіе. Найти отношеніе объема тѣла, полученнаго отъ вращенія площади ромба ABCD около прямой, параллельной его діагонали AC и проходящей черезъ вершину угла B, къ объему параллелепипеда, осно-

ваніемъ которому служитъ данный ромбъ, а высотою выпрямленная окружность, описываемая пересѣченіемъ діагоналей при вращеніи ромба около той же оси.

Алгебра. 1) Упростить выраженіе

$$\frac{3abc}{bc+ac-ab}-\frac{\frac{a-1}{a}+\frac{b-1}{b}+\frac{c-1}{c}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}}-\frac{a+b+\frac{ab}{c}}{a+b-\frac{ab}{c}}.$$

2) Нѣкто внесъ въ банкъ капиталъ для приращенія сложными процентами. Банкъ давалъ по стольку рублей со ста, сколь велика сумма корней урав. $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$. Какъ великъ былъ внесенный капиталъ, если вкладчикъ по истеченіи 15 лѣтъ получилъ изъ банка 10.000 руб.?

Тригонометрія. На полуокружности взята точка А и соединена съ концами діаметра; разность между полученными хордами равна 5,53, а разность между дугами, стягиваемыми этими хордами равна $65^0 35' 52''$. Опредѣлить радіусъ полуокружности.

VII-й классъ. *Алгебра.* Опредѣлить a и b въ выраженіи $\frac{2ax+b}{x^2+1}$ такъ, чтобы наименьшее его значеніе было равно —4, а наибольшее 9. Показать, что maximum дроби $\frac{2ax+b}{x^2+1}$ всегда будетъ положительнымъ количествомъ, а minimum отрицательнымъ.

Приложеніе алгебры къ геометріи. Построить кругъ, касающійся даннаго круга, его діаметра AB и хорды CD, проведенной на разстояніи a отъ центра перпендикулярно къ діаметру AB.

Сообщ. *И. Александровъ* (Тамбовъ).

ЗАДАЧИ.

№ 248. Въ треугольникѣ ABC проведенъ внутренній биссекторъ угла A, пересѣкающій сторону BC въ точкѣ P. Изъ точки P проведена прямая, параллельная сторонѣ AC, а изъ вершины C опущенъ на биссекторъ AP перпендикуляръ, пересѣкающій прямую, параллельную сторонѣ AC, въ точкѣ M. Показать, что AM есть медіана треугольника ABC.

Черезъ точку P проведена прямая, параллельная AB, которая пересѣкается съ перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ C на AP, въ точкѣ M'. Показать, что AM' есть симедіана треугольника ABC.

(Заимств.). *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка).

№ 249. Вычислить безъ помощи тригонометріи стороны треугольника, зная, что величины ихъ выражаются тремя послѣдовательными числами и что наибольшій изъ угловъ треугольника въ два раза болѣе наименьшаго.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 250. Черезъ точку O, взятую на окружности C, проведена хорда OD. На прямой DO по обѣ стороны отъ точки D отложены отрѣзки DA и DB, равные діаметру окружности C. Изъ точки O возстановленъ перпендикуляръ къ прямой OD до пересѣченія съ окружностью въ точкѣ L. Изъ точекъ A и B проведены прямыя AM и BM, пересѣкающіяся въ точкѣ M и соотвѣтственно параллельныя BL и AL. Найти геометрическое мѣсто точки M при непрерывномъ перемѣщеніи точки D по окружности C.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 251. Рѣшить уравненія:

$$(ax)^{2/3}+(by)^{2/3}=(a^2-b^2)^{2/3},$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2.$$

(Заимств.). *Д. Е.* (Иваново-Вознесенскъ).

№ 252. Сумма четырехъ послѣдовательныхъ членовъ ряда треугольныхъ чиселъ равна суммѣ двухъ слѣдующихъ членовъ. Найти эти числа.

А. Бачинскій (Холмъ).

№ 253. Свѣтящаяся точка P находится на главной оси чечевицы O, діаметръ которой $=2r$, а фокусное разстояніе $=f$; съ другой стороны чечевицы, въ главномъ фокусѣ ея помѣщается экранъ. Опредѣлить радіусъ свѣтлаго круга, получающагося на экранѣ отъ точки P, если разстояніе $PO=p$. Изслѣдовать задачу и разсмотрѣть случаи выпуклой и вогнутой чечевицы.

(Заимств.). *Д. Е.* (Иваново-Вознесенскъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 181 (3 сер.). Въ треугольникѣ ABC проведены медіаны, пересѣкающіяся въ точкѣ G, и углы GAB, GBC, GCA обозначены черезъ α, β, γ.

Показать, что

$$\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta + \operatorname{cotg}\gamma = 3(\operatorname{cotg}A + \operatorname{cotg}B + \operatorname{cotg}C) =$$
$$= \operatorname{cotg}(A-\alpha) + \operatorname{cotg}(B-\beta) + \operatorname{cotg}(C-\gamma).$$

Пусть a, b, c суть стороны треугольника ABC, и S—его площадь. Тогда

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc},\ \sin A = \frac{2S}{bc},\ \text{откуда } \operatorname{cotg}A = \frac{b^2+c^2-a^2}{4S}.$$

Опредѣливъ подобнымъ же образомъ $\operatorname{cotg}B$ и $\operatorname{cotg}C$ и сложивъ найденныя выраженія, получимъ

$$\operatorname{cotg}A + \operatorname{cotg}B + \operatorname{cotg}C = \frac{a^2+b^2+c^2}{4S}. \quad \ldots \quad (1)$$

Пусть m_a есть медіана стороны a и $S = 2S'$. Тогда

$$\cos\alpha = \frac{c^2+m_a^2-\frac{a^2}{4}}{2c.m_a},\ \sin\alpha = \frac{2S'}{c.m_a},$$

откуда

$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{c^2+m_a^2-\frac{a^2}{4}}{4S'} = \frac{3c^2+b^2-a^2}{4S}.$$

Опредѣливъ подобнымъ же образомъ $\operatorname{cotg}\beta$ и $\operatorname{cotg}\gamma$ и сложивъ найденныя выраженія, получимъ:

$$\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta + \operatorname{cotg}\gamma = \frac{3(a^2+b^2+c^2)}{4S}. \quad \ldots \quad (2)$$

Совершенно аналогичнымъ путемъ опредѣлимъ и

$$\operatorname{cotg}(A-\alpha) + \operatorname{cotg}(B-\beta) + \operatorname{cotg}(C-\gamma) = \frac{3(a^2+b^2+c^2)}{4S}. \quad (3)$$

Равенства (1), (2) и (3) и даютъ требуемыя соотношенія.

Я. Полушкинъ (с. Знаменка).

№ 184 (3 сер.). Найти углы треугольника ABC по даннымъ отношеніямъ:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{m}{n} \text{ и } \frac{BC}{AE} = \frac{p}{q},$$

гдѣ CD и AE суть высоты, опущенныя соотвѣтственно на стороны AB и BC.

Такъ какъ

$$AD = DC.\operatorname{cotg}A \text{ и } DB = DC.\operatorname{cotg}B,$$

то

$$\operatorname{cotg}A + \operatorname{cotg}B = \frac{AD+DB}{DC} = \frac{m}{n}. \quad \ldots \quad (1)$$

Подобнымъ образомъ найдемъ и

$$\mathrm{cotg}B+\mathrm{cotg}C=\frac{p}{q}. \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (2)$$

Равенства (1) и (2) даютъ:

$$\frac{\sin(A+B)}{\sin A.\sin B}=\frac{m}{n},\ \frac{\sin(B+C)}{\sin B.\sin C}=\frac{p}{q},$$

откуда

$$\frac{\sin(A+B).\sin(B+C)}{\sin A.\sin^2B.\sin C}=\frac{1}{\sin^2B}=\frac{mp}{nq},$$

а такъ какъ

$$\frac{1}{\sin^2B}=\mathrm{cotg}^2B+1,$$

то

$$\mathrm{cotg}B=\sqrt{\frac{mp-nq}{nq}}.$$

Зная $\mathrm{cotg}B$, изъ соотношеній (1) и (2) легко найдемъ $\mathrm{cotg}A$ и $\mathrm{cotg}C$.

Г. Легошинъ (с. Знаменка); *А. Шантыръ, Э. Заторскій* (Спб.); *П. Хлѣбниковъ* (Тула); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л.* и *Р.*

№ 187 (3 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^2(1-x)-2=0.$$

Данное уравненіе приводится къ виду

$$(x+1)(x^2-2x+2)=0,$$

$$\text{откуда } x_1=-1,\ x_2=1+\sqrt{-1},\ x_3=1-\sqrt{-1}.$$

А. Шантыръ, Э. Заторскій (Спб.); *L.*, *В. Сахаровъ* (Тамбовъ); *Г. Легошинъ* (с. Знаменка); *А Бачинскій* (с. Любень); *М. Зиминъ* (Орелъ); *В. Соковичъ* (Кіевъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л.* и *Р.*; *воспитанники Глуховскаго Уч. Института К. и Θ.*

№ 427 (2 сер.*). Рѣшить систему:

$$(x+y)(x-y)^2=(y+z)(y-z)^2=(z+x)(z-x)^2.$$

Первое изъ данныхъ уравненій легко можетъ быть приведено къ виду:

---

*) Нѣсколько болѣе сложное рѣшеніе этой задачи было уже напечатано въ № 185 „Вѣстника", стр. 119.

$$(x-z)(x^2+xz+z^2-y^2-xy-yz)=0,$$

откуда

$$1)\ x=z,\ 2)\ x^2+xz+z^2-y^2-xy-yz=0. \quad . \quad . \ (\alpha)$$

Аналогично получимъ:

$$y=x;\ y^2+xy+x^2-xz-yz=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \ (\beta)$$

и

$$x=z;\ y^2+yz+z^2-x^2-xy-xz=0 \quad . \quad . \quad . \ (\gamma)$$

Складывая уравненія (α), (β) и (γ) по два, получимъ:

$$x^2=yz,\ y^2=xz,\ z^2=xy,$$

откуда

$$y=\frac{x^2}{z};\ z^2=\frac{x^3}{z},\ x=z;\ x=\frac{y^2}{z},\ z^2=\frac{y^3}{z},\ z=y.$$

В. Поздюнинъ (Самара).

№ 494 (2 сер.). Найти сумму ряда

$$S=P_1+2P_2+3P_3+\cdots+nP_n,$$

гдѣ P_1, P_2, $P_3, \ldots,$ P_n суть символы, обозначающіе число возможныхъ перестановокъ изъ $1,\ 2,\ 3, \ldots n$ элементовъ.

Послѣдній членъ даннаго ряда можно представить въ такомъ видѣ:

$$1.2.3\ldots n^2=1.2.3\ldots n(n+1-1)=1.2.3\ldots n.(n+1)-1.2.3\ldots n,$$

т. е.

n-ый членъ равенъ $P_{n+1}-P_n$.

по аналогіи

$(n-1)$-ый членъ равенъ P_n-P_{n-1},

$(n-2)$-й " " $P_{n-1}-P_{n-2}$,

. . . .

2-й членъ равенъ P_3-P_2,

1-ый " " P_2-P_1.

Сложивъ эти равенства, получимъ

$$S=P_{n+1}-1.$$

С. Бабанская (Тифлисъ); *П. Ивановъ* (Одесса).

№ 495 (2 сер.). Найти простѣйшій способъ рѣшенія системы урав неній:

$$a_1x_1 + b_1(x_2 + x_3 + \cdots + x_n) = c_1,$$

$$a_2x_2 + b_2(x_1 + x_3 + \cdots + x_n) = c_2,$$

$$a_3x_3 + b_3(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = c_3,$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$a_nx_n + b_n(x_1 + x_2 + \cdots + x_{n-1}) = c_n.$$

Обозначивъ сумму $x_1 + x_2 + \cdots x_n$ черезъ S, представимъ данную систему въ видѣ

$$(a_1 - b_1)x_1 + b_1S = c_1,$$

$$(a_2 - b_2)x_2 + b_2S = c_2,$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$(a_n - b_n)x_n + b_nS = C_n.$$

Опредѣливъ изъ каждаго изъ этихъ уравненій S, выражаемъ x_2, $x_3, \ldots x_n$ въ функціи x_1, а подставивъ найденныя выраженія въ первое изъ данныхъ уравненій, опредѣляемъ x_1. Опредѣленіе прочихъ неизвѣстныхъ не представляетъ затрудненій.

П. Ивановъ (Одесса); *А. Варенцовъ* (Ростовъ на Дону); *А. Заржецкій* (Обольцы); *С. Бабанская* (Тифлисъ).

ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ отъ слѣдующихъ лицъ: *А. Павлычева* (Иваново-Вознесенскъ) 93, 159, 171, 189, 191, 207, 209, 213, 216 (3 сер.); *Ю. Идельсона* (Одесса) 237, 239 (3 сер.); *П. Бѣлова* (с. Знаменка) 218, 232 (3 сер.); *воспитанниковъ Глуховскаго Уч. Инст. К. и Ѳ.* 185, 187 (3 сер.); *А. Дмитріевскаго* (Цивильскъ) 217 (3 сер.), *В. Поздюнина* (Самара) 209, 210 (3 сер.), 427 (2 сер.); *С. Дроздова* (Самара) 209 (3 сер.); *А. Бюрно* (Самара) 209 (3 сер.); *Я. Теплякова* (Радомысль) 227 (3 сер.); *В. Сахарова* (Тамбовъ) 225 (3 сер.); *Я. Некрасова* (Курскъ); 227 (3 сер.); *Н. Мухина* (Курскъ) 227 (3 сер.); *В. Шалфеева* (Курскъ) 222 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) 238, 239, 240 (3 сер.), 427 (1 сер.); *В. Соковича* (Кіевъ) 239, 240 (3 сер.); *L.* (Тамбовъ) 227, 230, 237, 239, 240 (3 сер.); *М. Зимина* (Орелъ) 204, 205, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 218, 219, 221, 222, 227 (3 сер.); *Э. Заторскаго* (Спб.) 180, 184, 187, 189, 190, 192, 197, 198, 204, 205, 209, 211, 212, 213, 214, 218, 221, 222, 227 (3 сер.).



Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 2-го Ноября 1895 г.

„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 29.

щадь тр-ка выражается цѣлыми числами; 3) радіусы вписаннаго круга и внѣвписаннаго, касающагося стороны b, суть цѣлыя числа.

Baccalauréats.

Questions. №№ 556, 562, 564, 568, 570.

Questions proposées. №№ 602 –609.

Д. Е.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Реммертъ, лейт. и *Кутневичъ*, штабсъ-капитанъ. Основанія для разсчета электрическихъ проводовъ Съ 72 черт. Спб. 1895.

Томъ I памятнаго листка фотографа (Приложеніе къ журналу „Фотографъ-Любитель“ за 1894 годъ) Спб. 1895.

Фишманъ, Л. Сборникъ примѣровъ и задачъ для обученія начальной ариѳметикѣ. Численные примѣры отъ 1—10 и отъ 1—100. Изд. 3-е, исправл. и дополн., К. Зихмана. Рига. 1895.

Шведовъ, Ѳ. По поводу рецензіи моего „Введенія въ методику Физики“ (Отд. отт. изъ популярно-научнаго журнала „Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики“). Одесса. 1895.

Chrustschoff, K. Mittheilungen aus dem Chemischen Laboratorium der Kais. Akademie der Wissenschaften. I. Ueber reguläre Kieselsäurekrystalle. Mit einer Tafel und einem Holzschnitt. Спб. 1895.

Lindemann, E. Helligkeitsmessungen im Sternhaufen *h* Persei. Mit einer Tafel. Спб. 1895.

Босовъ, Н. Памятная книжка по ариѳметикѣ для учащихся въ начальныхъ народныхъ училищахъ всѣхъ наименованій и типовъ. Часть I. Цѣлыя числа. Новочеркаскъ. 1895. Ц. 7 к.

Грицай, В. С. Руководство съ примѣрами и вопросами къ преподаванію ариѳметики въ одноклассныхъ городскихъ, приходскихъ и сельскихъ народныхъ училищахъ, въ приготовительномъ классѣ городскихъ двухклассныхъ и духовныхъ училищахъ, а также въ приготовительныхъ и первыхъ классахъ всѣхъ мужскихъ и женскихъ среднихъ учебныхъ заведеній. Кіевъ. 1895.

Markoff, André. Note sur les fractions continues. Спб. 1895.

Егоровъ, Ѳ. И. Руководство ариѳметики для среднихъ учебныхъ заведеній и городскихъ училищъ. Изд. 2-е, книжн. магазина В. Думнова. Москва, 1895 г. Ц. 60 коп.

Клейнъ, Г. Астрономическіе вечера. Очерки изъ исторіи астрономіи. Солнечный міръ, звѣзды, туманности. Переводъ съ 3-го нѣмецкаго изданія. Спб. 1895 г. Ц. 2 р.

Малининъ, А. Ариѳметика. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Изд. 2-е, исправл. и дополненное. Москва. 1895. Ц. 90 к.

Методы цвѣтной фотографіи и ихъ примѣненіе (способы Беккереля, Дико, Липпмана и другихъ). Пер. съ фр. Съ предисловіемъ переводчика. Москва. 1895. Ц. 50 к.

Repertorium der Meteorologie, herausgegeben von der Kais. Akademie der Wissenschaften. Redigirt von Dr. Heinrich Wild. Band XVII (Mit 18 Tafeln u. einer Karte). Спб. 1894. Ц. 17 р. 50 к.

Соловьевъ, М. Краткое руководство практической минералогіи. Общая минералогія. Курсъ уральскаго горнаго училища. Съ прилож. таблицъ для опредѣленія минераловъ двухъ таблицъ чертежей. Екатеринбургъ. 1895.

Тиме, Ив., проф. горн. института. Новости механическаго отдѣла парижской всемірной выставки 1889 г. Съ атласомъ чертежей въ 36 таблицъ. (Отд. отт. изъ „Горнаго Журнала“ 1890—1894 гг.). Изд. К. Риккера. Спб. 1894. Цѣна съ атласомъ 6 р.

Хвольсонъ, О. Д., проф. „Термодинамика“ (Механическая теорія теплоты). Лекціи, читанныя въ Имп. Спб. университетѣ. Спб. 1895.

Ціолковскій, А. Аэропланъ, или птицеподобная (авіаціонная) летательная машина. Москва. 1895. Ц. 30 к.

Штейнгауеръ, И. С. Земля и небо. Общедоступныя бесѣды о мірозданіи. Спб. 1895. Ц. 10 к.

Делленъ, В. К. Эфемериды звѣздъ на 1895 годъ для опредѣленія времени и азимута помощью переноснаго пассажнаго инструмента, установленнаго въ вертикалѣ полярной. Изд. Русскаго Астрономическаго Общества. 1895.

Записки Имп. Амп. Академіи Наукъ. По физ.-математическому отдѣленію. Томъ I, № 6. Разложеніе (диссоціація) химическихъ соединеній, образованныхъ поглощеніемъ амміака солями. *В. Курилова.* Съ рисунками. Спб. 1875. Ц. 1 р. 50 к.

Александровъ, И. О составленіи и рѣшеніи геометрическихъ задачъ на вращеніе (Отд. отт. изъ популярно-научнаго журнала „Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики“). Одесса. 1895.

Глинка, С. Ѳ. Общій курсъ кристаллографіи. Спб. стр. 145—176.

Записки Имп. Акад. Наукъ. По физ.-математическому отдѣлепію. Томъ I, № 7. О суммахъ, зависящихъ отъ положительныхъ значеній какой либо функціи. *П. Чебышева.* Спб. 1895. Ц. 40 к.

Ньюкомбъ С и *Энгельманъ, Р.* Астрономія въ общепонятномъ изложеніи, дополненная Г. Фогелемъ. Пер. со 2-го изданія. Н. С. Дрентельна. Вып. II. Изд. К. Риккера. Спб. 1895. Ц. 1 р. 40 к.

Протоколы засѣданій Отдѣленія Химіи Р. Ф.-Химическаго Общества при Имп. С.-Петербургскомъ университетѣ. Подъ ред. Д. П. Коновалова. № 2.

Путята, А. Д. Математическіе знаки и формулы. Руководство для наборщиковъ. Спб. 1895.

Русскій астрономическій календарь на 1895 годъ. Составленный Нижегородскимъ Кружкомъ Любителей Физики и Астрономіи. Подъ ред. предсѣдателя С. В. Щербакова. Спб. 1895.

Сонинъ, Н. Я. О дифференціальномъ уравненіи $\frac{dv}{dx} = 1 + \frac{R(x)}{y}$ (Отт. изъ „Извѣстій Имп. Акад. Наукъ“ 1895 г.). Спб. 1895.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ НѢМЕЦКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Математика.

Seinitz, Ernst. Ueber die Construction der Configurationen n_3. Diss. gr. 8⁰ (45 S.). Breslau (L. Köhler). baar M. 1.

Weierstrass, Karl. Mathematische Werke. Hrsg. unter Mitwirkg. e. v. der Königl. preuss. Akademie der Wissenschaften eingesetzten Commission. 1. Bd. Abhandlungen I. gr. 4⁰. (VIII + 356 S.). B. Mager & Müllet. M. 21.—geb. in Halbldr. n. M. 24.— auf Schreibpap. (nur bei Subskription auf das ganze Werk) geh. baar n. M. 28.

Weyer, G. D. E., Geh.-R., Prof. Ueber die parabolische Spirale. Eine Monographie. gr. 8⁰ (36 S. m. Fig.). Kiel. Lipsius & Tischer. M. 1.

Brathuhn, O., Ober-Bergamtsmarksch., Lehr. Lehrbuch der praktischen Markscheidekunst unter Berücksicht. der allgemeinen Vermessungskunde. 2. Aufl. gr. 8⁰ (X + 370 S. m. 367 Abbildgn.) L. Veit & C_0. M. 10.

Graf, J. H., Prof., Dr. Einleitung in die Theorie der Gammafunktion und der Euler'schen Integrale. gr. 8⁰. (IV + 64 S. m. Fig.). Bern. K. J. Wyss. M. 1,60.

Grassman, Rob. Die Folgelehre od. Funktionenlehre streng wissenschaftlich in strenger Formel-Entwicklung. Nebst Formelbuch. gr. 8⁰ (XII + 189 + 27 S.). Stettin. R. Grassmann. M. 3, 50.

ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

Bulletin de la Société Astronomique de France.

Août 1895.

Les anneaux de Saturne. *C. Flammarion.* Сатурнъ, какъ извѣстно, окруженъ тремя кольцами, размѣры и разстоянія которыхъ выражаются слѣдующими круглыми числами:

полудіаметръ Сатурна	60000	кил.
разстояніе отъ Сатурна до внутренняго кольца	10000	„
ширина внутренняго кольца	18000	„
ширина средняго, самаго яркаго кольца. . .	27700	„
ширина внѣшняго кольца	19000	„
полная ширина колецъ	64700	„
полудіаметръ Сатурновой системы	135000	„
толщина колецъ кажется не болѣе	100	„

Относительно строенія колецъ высказывались разныя гипотезы. Лапласъ считалъ ихъ твердыми тѣлами. Для устойчивости равновѣсія такой системы необходимо, чтобы каждое кольцо имѣло форму тора, для котораго образующей кривой служитъ эллипсъ, сильно растянутый по направленію къ оси вращенія; различныя сѣченія этого тора могутъ быть и не вполнѣ одинаковы по формѣ и размѣрамъ и потому центры тяжести колецъ не будутъ совпадать съ ихъ геометрическими центрами.—Кассини въ 1740 г. высказалъ гипотезу иную: кольца, вѣроятно, состоятъ изъ массы мелкихъ частицъ, настолько мелкихъ, что мы не видимъ ихъ въ отдѣльности и настолько близкихъ другъ къ другу, что мы не видимъ промежутковъ между ними; частицы эти должны подчиняться законамъ Кеплера, и, слѣдовательно, квадраты временъ обращеній должны быть пропорціональны кубамъ ихъ разстояній отъ центра Сатурна. Гипотеза эта была обработана математически Клеркомъ Максвелемъ въ 1856 г.

Въ настоящее время американскій проф. Keeler вычислилъ движенія различныхъ частей системы и для проэкціи скорости на направленіе луча зрѣнія для 18 апрѣля 1895 г. получилъ такія числа:

для внѣшняго края кольца	16,35	кил.
для средины.	17,95	„
для внутр. края свѣтлаго кольца	20,04	„

Фотографируя спектръ колецъ Сатурна и изслѣдуя перемѣщеніе спектральной линіи 5352 (въ желто-зеленой части) Keeler нашелъ, что средняя скорость колецъ = 18 кил. и что *внутреннія части кольца движутся скорѣе внѣшнихъ*, чѣмъ и подтверждается справедливость гипотезы Кассини, такъ какъ въ противномъ случаѣ, т. е. въ случаѣ твердаго кольца, распредѣленіе скоростей было бы обратнымъ.

Recherches spectrales sur les anneaux de Saturne. *H. Deslandres.* Изслѣдованія Деландра пополняютъ изслѣдованія Keeler'a. Щель спектральнаго прибора была направлена по большой оси экватора планеты и колецъ; для сравненія наблюдался спектръ нечистаго водорода. Наблюденія показали: 1) что спектральныя линіи диска планеты *наклонены* къ линіямъ водорода, а именно удаляются отъ нихъ по мѣрѣ удаленія отъ центра планеты къ окружности и 2) въ кольцѣ отклоненіе направлено въ противную сторону. Измѣряя наклоненіе спектральныхъ линій, Deslandres нашелъ, что разность скоростей вращенія для внѣшняго и внутренняго кольца = 4,7 кил., между тѣмъ какъ вычисленіе даетъ цифру 3,8 кил. По мнѣнію

Deslandres'а эти наблюденія, строго говоря, не доказываютъ еще метеорическаго характера колецъ, такъ какъ онѣ не требуютъ напр· дѣленія колецъ въ касательномъ направленіи.

Les groupes des astéroides arrangés d'après leurs révolutions sidérales et la loi générale du mouvement planétaire. *Ch. V. Zenger.* Если назовемъ черезъ R періодъ звѣзднаго обращенія планеты, кометы, спутника около центральнаго тѣла, черезъ t періодъ вращенія около оси для центральнаго тѣла (солнца, планеты), то

$$R = n \cdot \frac{t}{2}$$

т. е. періоды звѣздныхъ обращеній планетъ, кометъ, представляютъ числа, кратныя полуоборота центральнаго тѣла.

На сколько оправдывается эта формула, видно изъ слѣдующихъ табличекъ:

	Звѣздное обращеніе		n	разность
	вычисленное	наблюденное		
Меркурій	88,17	87,97	7	+ 0,20 дней
Венера	226,71	224,70	13	+ 2,01 „
Земля	365,21	365,25	29	— 0,04 „
Марсъ	692,27	686,98	55	+ 5,29 „
Юпитеръ	4332,68	4332,59	344	+ 0,09 „
Сатурнъ	10756,13	10759,24	854	+ 3,11 „
Уранъ	30694,01	30688,39	2437	+ 5,62 „
Нептунъ	60178,91	60181,11	4778	— 2,20 „
			Средняя разн. =	+ 0,0825 „

(Въ этой таблицѣ t — періодъ вращенія экваторіальной части солнца около оси = 25,187 дней).

Лучше всего формула оправдывается для спутниковъ Сатурна. Въ данномъ случаѣ средняя разность между вычисленной по формулѣ и наблюденной величиной = + 0,0037 дн. Для спутниковъ Юпитера средняя разность = + 0,1536 д., для спутниковъ Урана + 0,019 д., для періодическихъ кометъ + 0,294 д. Zenger прилагаетъ эту формулу къ 398 астероидамъ и получаетъ слѣдующіе результаты: періоды звѣздныхъ обращеній измѣняются отъ 87 до 286 полуоборотовъ солнца, астероиды раздѣляются на 91 группу (въ нѣкоторыхъ группахъ до 17 астероидовъ съ приблизительно одинаковымъ періодомъ, и 108 группъ не достаетъ, изъ чего Zenger заключаетъ, что этимъ группамъ соотвѣтствуютъ неизвѣстные пока астероиды); средняя разность для всѣхъ астероидовъ = — 0,232 дн.

Remarques sur le travail précédent. *Parmentier.* Parmentier составилъ списокъ астероидовъ, расположенныхъ по ихъ разстоянію отъ солнца*); въ этомъ спискѣ имѣются промежутки, т. е. такія разстоянія отъ солнца, на которыхъ астероидовъ не найдено; если вычислить періоды обращенія мнимыхъ астероидовъ, которые бы находились на нѣкоторыхъ изъ этихъ разстояній, то получились бы числа, находящіяся въ простомъ отношеніи (1/2, 1/3, 2/5 и т. д.) къ періоду обращенія Юпитера около солнца. Parmentier склоненъ видѣть въ отсутствіи такихъ астероидовъ (по крайней мѣрѣ тѣхъ, которымъ соотвѣтствуютъ отношенія 1/2 и 1/3) не простую случайность, а результатъ возмущающаго дѣйствія Юпитера, — Zenger же думаетъ, что это эти промежутки заполнятся. Возраженіе Parmentier вызвано словами Zenger'а, что его, молъ, таблица лучше, между тѣмъ какъ онѣ не подлежатъ сравненію, такъ какъ преслѣдуютъ разныя цѣли.

Projet d'expédition au pôle nord en ballon. *S. A. Andrée.*

---

*) См. Bulletin. Mars 1895.